

Серия «Высшее образование»

И.В. Виленкин
В.М. Гробер
О.В. Гробер

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

- ✦ ИНТЕГРАЛЫ ПО МЕРЕ
- ✦ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
- ✦ Ряды

Ростов-на-Дону
«Феникс»
2011

Виленкин, И. В. Высшая математика. Интегралы по мере. Дифференциальные уравнения. Ряды / И. В. Виленкин, В. М. Гробер, О. В. Гробер. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2011. — 300 с. : ил., табл. — (Высшее образование). — Библиография : с. 300.

УДК 517(075.8)

ББК 22

Ч/З №1 — 1 экз.

Учебное пособие призвано помочь студентам освоить основные вопросы следующих важнейших разделов математики: интегралы по мере, дифференциальные уравнения и ряды.

Большое число детально разобранных задач будут полезны для изучения основных методов и идей решения примеров. Пособие снабжено достаточным количеством задач для самостоятельной работы, составления различных тестов и контрольных работ.

Пособие предназначено, прежде всего, для студентов экономических, технических, естественно-научных специальностей. Тем не менее, студенты, углубленно изучающие математику, могут использовать книгу в качестве «стартового материала». Пособие также может быть использовано преподавателями вузов как задачник.

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Интегралы по мере	7
§ 1. Задачи, приводящие к понятию интеграла по мере.....	7
§ 2. Фигура. Мера фигуры.....	9
§ 3. Понятие интеграла по мере. Теорема существования. Свойства интеграла.....	11
§ 4. Классификация интегралов.....	17
Глава 2. Определенный интеграл	23
§ 1. Вычисление определенного интеграла — формула Ньютона — Лейбница.....	23
§ 2. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.....	25
§ 3. Геометрические приложения определенного интеграла.....	30
§ 4. Экономические и физические приложения определенного интеграла.....	45
§ 5. Интегралы с бесконечными пределами (несобственные интегралы).....	54
Глава 3. Двойные интегралы	60
§ 1. Методика вычисления.....	60
§ 2. Изменение порядка интегрирования.....	70
§ 3. Двойной интеграл в полярных координатах.....	76
§ 4. Геометрические приложения двойных интегралов.....	84
§ 5. Вычисление интеграла Лапласа.....	90
Глава 4. Тройной интеграл	93
§ 1. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.....	93
§ 2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.....	96
§ 3. Вычисление объемов.....	100
Глава 5. Криволинейные интегралы по длине дуги (1-го рода)	103
Глава 6. Механические приложения интеграла по мере	111
§ 1. Масса фигуры. Статические моменты и центры масс материальных дуг и тонких пластин.....	111
§ 2. Моменты инерции плоских кривых и тонких пластин.....	116
§ 3. Статические моменты, координаты центра тяжести, моменты инерции пространственного тела.....	119
Глава 7. Криволинейные интегралы по координатам (по ориентированным дугам)	124
§ 1. Понятие криволинейного интеграла по координатам и его свойства.....	124
§ 2. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.....	127
§ 3. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Понятие потенциала.....	132

§ 4. Работа в силовом поле. Потенциальные поля.....	140
Глава 8. Дифференциальные уравнения.....	144
§ 1. Основные понятия.....	144
§ 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	146
§ 3. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.....	161
§ 4. Приложения дифференциальных уравнений.....	167
Глава 9. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка.....	182
§ 1. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка.....	182
§ 2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка.....	187
Глава 10. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.....	190
§ 1. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.....	190
§ 2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.....	197
§ 3. Приложения линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка. Элементы теории колебаний.....	215
Глава 11. Предел последовательности.....	219
§ 1. Определения и основные факты.....	219
§ 2. Примеры вычисления пределов последовательностей.....	224
Глава 12. Числовые ряды.....	233
§ 1. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость рядов. Геометрическая прогрессия.....	233
§ 2. Свойства сходящихся рядов.....	235
§ 3. Необходимое условие сходимости ряда.....	235
§ 4. Интегральный признак Коши. Эталонные ряды.....	237
§ 5. Признаки сравнения рядов.....	239
§ 6. Признаки Даламбера и Коши.....	243
§ 7. Знакопеременные ряды.....	247
§ 8. Доказательства.....	255
Глава 13. Степенные ряды.....	263
§ 1. Постановка задачи. Область сходимости степенного ряда.....	263
§ 2. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.....	270
§ 3. Обобщение.....	271
Глава 14. Ряды Тейлора—Маклорена.....	274
§ 1. Представление многочлена.....	274
§ 2. Понятие о ряде Тейлора—Маклорена.....	275
§ 3. Конкретные разложения.....	276
§ 4. Приложения рядов.....	289
Литература.....	300