

Н. В. ГОЛУБЕВА

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

*Издание второе, стереотипное*

*РЕКОМЕНДОВАНО  
УМО в качестве учебного пособия  
для студентов вузов  
железнодорожного транспорта*



ЛАНЬ®

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР  
2016

**Голубева, Н. В.** Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие / Н. В. Голубева. — Изд. 2-е, стер. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016. — 191 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — Библиография : с. 176—179.

УДК 519.87(075.8)

ББК 22

**Ч/З №1 — 2 экз.**

Учебное пособие отражает содержание дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов», относящейся к дисциплинам базовой части математического и научно-инженерного цикла государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения.

Цель данного пособия — раскрыть суть математического моделирования как научного метода, инструмента исследования технических систем, показать его роль и возможности для решения различных научных и инженерных задач, познакомить студента с основами моделирования систем и процессов, в том числе систем электроснабжения железных дорог, с принципами выбора математического аппарата для описания объектов различных классов.

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения технических вузов, а также для обучения с использованием дистанционных образовательных технологий.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	2
<b>Глава 1. Моделирование как научный прием .....</b>	<b>6</b>
1.1. Основные понятия .....	6
1.2. Классификация моделей .....	7
1.3. Математическое моделирование .....	12
1.3.1. Цели математического моделирования .....	15
1.3.2. Требования к математической модели .....	16
1.3.3. Этапы математического моделирования .....	17
1.3.4. Классификация математических моделей .....	21
<b>Глава 2. Математические модели в форме систем линейных алгебраических уравнений .....</b>	<b>25</b>
2.1. Области применения .....	25
2.2. Базовые понятия .....	26
2.3. Примеры формирования моделей .....	28
2.4. Методы решения .....	33
2.4.1. Прямые методы .....	33
2.4.1.1. Метод Гаусса .....	33
2.4.1.2. Метод LU-разложения .....	36
2.4.1.3. Матричный метод .....	38
2.4.2. Итерационные методы .....	38
2.4.2.1. Метод простых итераций (метод последовательных приближений) .....	38
2.4.2.2. Метод Зейделя .....	40
<b>Глава 3. Математические модели в форме нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений .....</b>	<b>41</b>
3.1. Пример формирования модели .....	41
3.2. Базовые понятия .....	42
3.3. Методы решения .....	43
3.3.1. Особенности численных методов решения .....	44
3.3.1.1. Этапы численного решения нелинейного уравнения .....	44
3.3.1.2. Отделение корней .....	44
3.3.1.3. Уточнение корней .....	47

<b>Глава 4. Математические модели в форме обыкновенных дифференциальных уравнений</b> . . . . .	60
4.1. Области применения . . . . .	60
4.2. Базовые понятия . . . . .	61
4.3. Примеры формирования моделей . . . . .	64
4.4. Решение математических моделей в классе обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .	69
4.5. Методы решения математических моделей в классе ОДУ . . . . .	71
4.5.1. Численные методы решения задачи Коши . . . . .	73
4.5.2. Метод Рунге — Кутты . . . . .	75
4.6. Качественное исследование динамических систем методом фазовой плоскости . . . . .	78
<b>Глава 5. Математические модели для систем с распределенными параметрами</b> . . . . .	83
5.1. Области применения . . . . .	83
5.2. Примеры моделирования . . . . .	84
<b>Глава 6. Детерминированные и стохастические математические модели</b> . . . . .	89
6.1. Базовые понятия. Два подхода к моделированию физических систем . . . . .	89
6.2. Основные вероятностные характеристики случайного процесса . . . . .	92
6.3. Особенности моделирования случайного процесса $\omega(t)$ . . . . .	96
<b>Глава 7. Математические модели в форме передаточных функций</b> . . . . .	100
7.1. Базовые понятия . . . . .	100
7.2. Передаточная функция в форме изображений Лапласа . . . . .	103
7.3. Передаточная функция в операторной форме . . . . .	107
7.4. Элементарные типовые звенья динамических систем . . . . .	110
<b>Глава 8. Математические модели в пространстве состояний</b> . . . . .	116
8.1. Основные понятия . . . . .	116
8.2. Линейные непрерывные детерминированные динамические системы . . . . .	119
8.3. Формирование математической модели в пространстве состояний по дифференциальному уравнению $n$ -го порядка . . . . .	120
8.4. Формирование математической модели в пространстве состояний по передаточной функции системы . . . . .	123

8.5. Примеры формирования модели в пространстве состояний для исследования процессов в электрической цепи .....	124
8.6. Линейные дискретные детерминированные системы в пространстве состояний .....	129
<b>Глава 9. Другие виды математических моделей физических систем во временной области .....</b>	<b>130</b>
9.1. Переходная функция .....	130
9.2. Импульсная переходная функция .....	131
<b>Глава 10. Математические модели в частотной области .....</b>	<b>133</b>
<b>Глава 11. Математические модели в форме интегральных уравнений .....</b>	<b>135</b>
<b>Глава 12. Построение эмпирических моделей на основе аппроксимации данных .....</b>	<b>138</b>
12.1. Базовые понятия .....	138
12.2. Метод наименьших квадратов .....	142
12.3. Примеры формирования эмпирических моделей ...	144
<b>Глава 13. Решение задачи интерполяции при построении эмпирических моделей .....</b>	<b>149</b>
13.1. Постановка задачи .....	149
13.2. Интерполяция полиномом в каноническом виде ...	152
13.3. Интерполяция полиномом Лагранжа .....	153
13.4. Интерполяция сплайнами .....	156
<b>Глава 14. Численное интегрирование .....</b>	<b>159</b>
14.1. Постановка задачи .....	159
14.2. Обзор классических методов численного интегрирования .....	162
14.3. Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний) .....	168
<b>Приложения .....</b>	<b>172</b>
<b>Библиографический список .....</b>	<b>176</b>
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>180</b>