

Аполлонский, С. М. Дифференциальные уравнения математической физики в электротехнике : для высших учебных заведений / С. М. Аполлонский. — Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2012. — 352 с. : ил., табл. — (Учебное пособие). — Библиогр. : с. 343-343.

УДК [517.958 + 621.3.01:517.958](075.8)

ББК 22

Ч/З №1 — 1 экз.

Учебное пособие соответствует требованиям государственных образовательных стандартов ВПО по направлениям подготовки дипломированных специалистов: 650900 (специальность 140601.65 «Электроэнергетика»), 654500 (специальности: 140601.65 «Электромеханика», 140602.65 «Электрические и электронные аппараты»); 654100 (специальность 210106 «Промышленная электроника») и направлениям подготовки бакалавров: 140200.62, 140600.62, 210100.62

Книга предназначена для студентов всех специальностей 140211/100400, 140601/180100, 140602/180200, 210106/200400, изучающих дисциплину «Высшая математика», раздел «Уравнения математической физики», а также рекомендуется студентам других специальностей, изучающим курс математической физики, инженерам и аспирантам.

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 140400 «Техническая физика» и 220100 «Системный анализ и управление».



С. М. Аполлонский

Дифференциальные уравнения математической физики в электротехнике

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 140400 «Техническая физика» и 220100 «Системный анализ и управление»



Москва · Санкт-Петербург · Нижний Новгород · Воронеж
Ростов-на-Дону · Екатеринбург · Самара · Новосибирск
Киев · Харьков · Минск

2012

Оглавление

Предисловие	5
Введение.....	6

Часть I. Методы математической физики и их использование при решении технических задач..... 7

Глава 1. Виды полей и их математическое описание	9
1.1. Виды полей и их характеристики	9
1.2. Скалярные поля.....	11
1.3. Векторные поля.....	13
1.4. Криволинейные координаты.....	15
1.5. Основные операторы, используемые при анализе поля.....	19
1.6. Основные теоремы, используемые при преобразовании векторов.....	25
1.6.1. Теорема Остроградского–Гаусса	25
1.6.2. Теорема Стокса	25
1.6.3. Теорема Грина	26
1.7. Типовые дифференциальные уравнения, описывающие поля.....	27
1.7.1. Дифференциальные уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными	27
1.7.2. Дифференциальные уравнения второго порядка со многими независимыми переменными	34
1.7.3. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.....	36
Контрольные вопросы к главе 1	37
Библиографический список к главе 1	37
Глава 2. Краевые задачи математической физики.....	42
2.1. Постановка краевых задач математической физики.....	42
2.1.1. Основные понятия	42
2.1.2. Характеристики квазилинейных уравнений второго порядка	43
2.1.3. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка.....	50
2.1.4. Граничные (краевые) и начальные условия.....	51
2.1.5. Единственность решения краевых задач	55
2.2. Виды граничных условий.....	56
2.2.1. Задачи с начальными условиями	56

2.2.2. Начально-краевые задачи.....	56
2.2.3. Краевые задачи.....	57
2.3. О корректности постановки задач математической физики.....	57
2.4. Методы решения дифференциальных уравнений.....	59
2.4.1. Общие сведения.....	59
2.4.2. Метод разделения переменных.....	61
2.5. Теоремы сложения.....	63
2.6. Специальные функции, используемые при решении дифференциальных уравнений математической физики.....	65
Контрольные вопросы к главе 2.....	65
Библиографический список к главе 2.....	65
Глава 3. Дифференциальные уравнения гиперболического типа.....	68
3.1. Простейшие задачи, моделируемые уравнениями гиперболического типа.....	68
3.1.1. Уравнения малых колебаний струны.....	68
3.1.2. Электрические колебания в проводах.....	71
3.1.3. Уравнения гидродинамики.....	72
3.1.4. Уравнения акустики.....	74
3.2. Граничные и начальные условия.....	76
3.3. Редукция общей задачи.....	81
3.4. Постановка краевых задач для случая многих переменных.....	82
3.5. О единственности решения краевых задач, описываемых гиперболическими уравнениями.....	83
3.6. Метод разделения переменных при решении задач гиперболического типа.....	86
Контрольные вопросы к главе 3.....	90
Библиографический список к главе 3.....	91
Глава 4. Дифференциальные уравнения параболического типа.....	94
4.1. Простейшие задачи по теплопроводности, приводящие к уравнению параболического типа.....	94
4.1.1. Линейная задача о распространении тепла.....	94
4.1.2. Уравнение диффузии.....	98
4.2. Граничные и начальные условия.....	99
4.3. Принцип максимального значения.....	109
4.4. Единственность решения краевых задач, описываемых параболическими уравнениями.....	107
4.5. Метод разделения переменных.....	108
4.6. Примеры решения задач, сводящихся к параболическим.....	110
4.6.1. Теплопроводность в ограниченном стержне.....	110
Контрольные вопросы к главе 4.....	111
Библиографический список к главе 4.....	112

Глава 5. Дифференциальные уравнения эллиптического типа	114
5.1. Общий вид уравнений эллиптического типа.....	114
5.2. Основные граничные задачи.....	115
5.3. Простейшие задачи, моделируемые уравнениями Лапласа	117
5.3.1. Уравнение Лапласа.....	117
5.3.2. Стационарное тепловое поле	117
5.3.3. Потенциальное течение несжимаемой жидкости.....	119
5.3.4. Потенциал стационарного и электростатического поля.....	120
5.3.5. Потенциал магнитостатического поля.....	121
5.4. Решение задач, описываемых уравнениями Лапласа	122
5.4.1. Методы решений уравнения Лапласа.....	122
5.4.2. Решение уравнения Лапласа методом разделения переменных	123
5.4.3. Единственность решения граничных задач, описываемых уравнениями Лапласа	127
5.5. Простейшие задачи, моделируемые уравнениями Гельмгольца.....	131
5.5.1. Задачи, приводящие к уравнению Гельмгольца	131
5.5.2. Связь уравнения Гельмгольца с уравнениями гиперболического и параболического типов	134
5.5.3. Постановка внутренних краевых задач для уравнения Гельмгольца	136
5.5.4. Постановка внешних краевых задач для уравнения Гельмгольца	137
5.5.5. Методы решения уравнений Гельмгольца.....	140
Контрольные вопросы к главе 5	142
Библиографический список к главе 5.....	142

Часть II. Методы математической физики в задачах электротехники

145

Глава 6. Электрические цепи с распределенными параметрами.....	146
6.1. Установившиеся процессы в цепях с распределенными параметрами.....	146
6.1.1. Уравнения однородной линии.....	146
6.1.2. Решение уравнений однородной линии при установившемся синусоидальном режиме	148
6.2. Переходные процессы в цепях с распределенными параметрами.....	151
6.2.1. Общее решение уравнений однородной неискажающей линии.....	151
6.2.2. Волны в неискажающей линии.....	153
6.2.3. О происхождении и характере волн в линиях	155
6.2.4. Преломление и отражение волн в месте сопряжения двух однородных линий	156
6.2.5. Отражение волн от конца линии.....	159

6.2.6. Процесс включения однородной линии.....	163
6.2.7. Прохождение волн при наличии реактивного сопротивления в месте сопряжения однородных линий.....	165
6.2.8. Прохождение волн при наличии активного сопротивления в месте однородных линий.....	168
Контрольные вопросы к главе 6.....	170
Библиографический список к главе 6.....	171
Глава 7. Математическая модель электромагнитного поля.....	174
7.1. Векторы электромагнитного поля.....	174
7.2. Аналитическая связь между электрическими и магнитными явлениями.....	175
7.2.1. Законы полного тока и Фарадея.....	175
7.2.2. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.....	176
7.2.3. Теорема Гаусса и постулат Максвелла в дифференциальной форме.....	179
7.3. Принцип непрерывности магнитного потока и тока.....	182
7.4. Теоремы Остроградского и Стокса.....	182
7.5. Полная система уравнений Максвелла.....	183
7.6. Преобразование уравнений Максвелла.....	184
7.7. Потенциалы ЭМП.....	185
7.7.1. Векторный и скалярный потенциалы ЭМП.....	185
7.7.2. Электрический и магнитный потенциалы Герца.....	186
7.8. Электромагнитное поле в низкочастотном приближении.....	187
7.9. Уравнения математической физики, описывающие ЭМП.....	188
Контрольные вопросы к главе 7.....	188
Библиографический список к главе 7.....	189
Глава 8. Частные модели электромагнитного поля.....	191
8.1. Модели статических электромагнитных полей.....	191
8.1.1. Общие виды статических моделей и полей.....	191
8.1.2. Электростатическое поле.....	192
8.1.3. Магнитостатическое поле.....	193
8.2. Модели магнитного поля стационарных токов.....	193
8.2.1. Расчет поля с помощью векторного потенциала.....	193
8.2.2. Примеры использования векторного потенциала.....	194
8.3. Модели квазистатических электромагнитных полей.....	198
8.4. Модель нестационарных электромагнитных полей.....	199
Контрольные вопросы к главе 8.....	199
Библиографический список к главе 8.....	199
Глава 9. Методы расчета статических и квазистатических электромагнитных полей.....	201
9.1. Метод разделения переменных.....	201
9.2. Метод конформных отображений.....	205

Контрольные вопросы к главе 9	213
Библиографический список к главе 9	213

Глава 10. Методы расчета переходных процессов в электромагнитном поле

10.1. О расчете переходных процессов в электромагнитном поле.....	214
10.2. Установление магнитного потока в пластине	215
10.3. Установление тока в проводе круглого сечения	219
10.4. Экранирование импульсного магнитного поля круговой цилиндрической оболочкой.....	223
Контрольные вопросы к главе 10.....	229
Библиографической список к главе 10	230

Глава 11. Распространение электромагнитного поля.....

11.1. Уравнения Максвелла в символической форме записи.....	231
11.2. Уравнения Максвелла в проводящей среде.....	232
11.3. Плоская электромагнитная волна в проводящей среде.....	233
11.4. Теорема Умова–Пойнтинга.....	235
11.4.1. Общие сведения об энергии электромагнитного поля.....	235
11.4.2. Теорема Умова–Пойнтинга для мгновенных значений	237
11.4.3. Передача энергии от генератора к приемнику по коаксиальному кабелю	238
11.5. Теорема Умова–Пойнтинга в комплексной форме.....	242
Контрольные вопросы к главе 11.....	243
Библиографический список к главе 11.....	243

Глава 12. Расчет электромагнитных полей в анизотропных средах ..

12.1. Электромеханические материалы с анизотропными свойствами.....	244
12.2. Стационарные электрические и магнитные поля	245
12.2.1. Расчеты электрических полей	246
Примеры расчета электрических полей	251
12.2.2. Расчеты магнитных полей	255
12.3. Квазистатические электрические и магнитные поля	257
12.4. Волновые процессы в средах со структурной анизотропией	259
12.5. Расчет анизотропных экранов	260
12.5.1. Сферические экраны.....	260
12.5.2. Круговые цилиндрические экраны.....	264
12.5.3. Плоские экраны.....	270
Контрольные вопросы к главе 12.....	272
Библиографический список к главе 12.....	273

Глава 13. Электромагнитные поля в перемещающихся средах

13.1. Электромагнитное поле в движущейся среде	274
13.1.1. Особенности уравнений электромагнитного поля в движущейся среде	274

13.1.2. Уравнения электромагнитного поля в движущейся проводящей среде.....	274
13.1.3. Уравнения электромагнитного поля в движущейся диэлектрической среде.....	275
13.2. Электромагнитное поле во вращающихся преобразователях.....	276
13.2.1. Особенности транспортных вращающихся преобразователей.....	276
13.2.2. Физические основы электромеханического преобразования энергии.....	277
13.3. Магнитогидродинамические преобразователи.....	285
13.3.1. Основы магнитной гидродинамики.....	285
13.3.2. Магнитогидродинамический генератор.....	288
13.3.3. Магнитогидродинамический двигатель.....	288
13.4. Расчет электромагнитных полей в перемещающихся средах.....	289
13.4.1. Движение заряженных частиц в скрещенных полях.....	289
13.4.2. Движение сплошных проводящих сред в электромагнитном поле.....	293
13.4.3. Магнитное поле линейного цилиндрического индуктора.....	295
Контрольные вопросы к главе 13.....	300
Библиографический список к главе 13.....	301

Глава 14. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах..... 302

14.1. Поверхностный эффект в электротехнических устройствах.....	302
14.1.1. Явление поверхностного эффекта.....	302
14.1.2. Поверхностный электрический эффект в прямоугольной шине.....	303
14.1.3. Поверхностный электрический эффект в круговом цилиндрическом проводнике.....	304
14.1.4. Поверхностный магнитный эффект в плоском ферромагнитном листе.....	307
14.2. Эффект близости для двух параллельных токопроводящих шин.....	309
14.3. Распространения электромагнитного поля в коаксиальном кабеле.....	311
Контрольные вопросы к главе 14.....	315
Библиографический список к главе 14.....	315

Глава 15. Специальные функции в уравнениях математической физики..... 316

15.1. Функции Лежандра.....	316
15.1.1. Дифференциальное уравнение Лежандра.....	316
15.1.2. Функции Лежандра 1-го рода.....	317
15.1.3. Функции Лежандра 2-го рода.....	317
15.2. Цилиндрические функции.....	318
15.2.1. Уравнение цилиндрических функций.....	318
15.2.2. Функции Бесселя 1-го и 2-го рода.....	320
15.2.3. Различные типы цилиндрических функций.....	324

15.3. Обобщенные функции	328
15.3.1. Общие сведения	328
15.3.2. Дельта-функция Дирака	332
Библиографический список к главе 15	333
Приложения	334
Приложение 1. Наиболее употребительные системы координат	334
Приложение 2. Элементы векторной алгебры	334
Скалярные произведения векторов	335
Векторные произведения векторов	335
Приложение 3. Дифференциальные операторы векторного анализа	336
Приложение 4. Дифференциальные операторы в ортогональных криволинейных координатах $\{q_1, q_2, q_3\}$:	337
Приложение 5. Принятые в литературе единицы измерения	337
Приложение 6. Сводка применений дифференциального оператора набла (∇)	339
Приложение 7. Уравнения Максвелла в обобщенных ортогональных координатах $\{q_1, q_2, q_3\}$	340
Список принятых обозначений и сокращений	341
Принятые обозначения	341
Принятые сокращения	341
Общий список литературы	343